

Rechnen mit Frequenzen IV: Formeln im Überblick

1. Berechnung einer Frequenz aus einer anderen Frequenz und einer Proportion

	GEGEBEN	GESUCHT	LÖSUNG	BEISPIEL
in Worten	1. eine Frequenz 2. eine Proportion	die Frequenz, die um die Proportion höher/tiefer liegt als die erste Frequenz	multipliziere die gegebene Frequenz mit der Proportion	Welche Frequenz ist eine akustisch reine große Terz (5/4) größer als 440 Hz?
in Symbolen	1. f_0 2. p	f	$f = f_0 * p$	440 Hz * 5/4 = 550 Hz

Anmerkung

Sucht man die Frequenz, die eine bestimmte Proportion *tiefer* liegt, muss man Zähler und Nenner der Proportion *vertauschen*: Eine große Terz unter 440 Hz berechnet sich als 440 Hz * 4/5 = 352 Hz.

2. Berechnung der Centdifferenz zweier Frequenzen oder der Centdifferenz einer Proportion

	GEGEBEN	GESUCHT	LÖSUNG	BEISPIEL
in Worten	zwei Zahlen (entweder als allgemeine Proportion oder als zwei Frequenzen)	die Anzahl von Cents, die der Proportion entsprechen	bilde den Logarithmus der Proportion zur Basis 2 und multipliziere das Ergebnis mit 1200	1. Wieviel Cent hat die Proportion 5/4? 2. Wieviel Cent ist der Unterschied zwischen 400 und 444 Hertz?
in Symbolen	f_1/f_2	c	$c = \log_2 \frac{f_1}{f_2} \cdot 1200$	1. $\log_2(5/4) * 1200 = 386.318$ Cent 2. $\log_2(400/444) * 1200 = -180.672$ Cent

Anmerkung

Hat man keine Möglichkeit, den Logarithmus zur Basis 2 direkt zu berechnen, kann man auch erst den Zehnerlogarithmus der Proportion berechnen und ihn dann durch den Zehnerlogarithmus von 2 teilen:

$$\log_2(x) = \log(x)/\log(2) \quad (\text{Im Beispiel oben: } \log(5/4) / \log(2))$$

Dieselbe Rechenregel gilt für den natürlichen Logarithmus: $\log_2(x) = \ln(x)/\ln(2)$

3. Berechnung einer Frequenz aus einer anderen Frequenz und einer Centdifferenz zu ihr

	GEGEBEN	GESUCHT	LÖSUNG	BEISPIEL
in Worten	1. eine Frequenz 2. ein Centwert	die Frequenz, die um den Centwert höher oder tiefer liegt als die erste Frequenz	multipliziere die erste Frequenz mit zwei hoch Cent durch 1200	Welche Frequenz liegt 50 Cent tiefer als 440 Hertz?
in Symbolen	1. f_0 2. c	f	$f = f_0 * 2^{c/1200}$	440 Hz * $2^{-50/1200} = 440 \text{ Hz} * 2^{-1/24} = 440 \text{ Hz} * 0.9715 = 427.474 \text{ Hz}$

4. Berechnung einer Proportion aus zwei gegebenen Proportionen

	GEGEBEN	GESUCHT	LÖSUNG	BEISPIEL
in Worten	zwei Proportionen	das Resultat aus beiden Proportionen (die Anwendung der zweiten Proportion auf die erste)	multipliziere die beiden Proportionen miteinander	Welche Proportion entsteht aus einer großen und einer kleinen Terz?
in Symbolen	$p_1 p_2$	p	$p = p_1 * p_2$	$5/4 * 6/5 = 30/20 = 3/2$

Anmerkung

Will man den Unterschied zweier Proportionen wissen, lässt man eine von beiden abwärts gehen, kehrt also von dieser Zähler und Nenner um. Der Unterschied einer großen und einer kleinen Terz ist also $5/4 * 5/6 = 25/24$.

5. Berechnung einer Stufe in einem gleichstufigen System

	GEGEBEN	GESUCHT	LÖSUNG	BEISPIEL
in Worten	1. das Rahmenintervall, auf das sich die gleichen Stufen verteilen, als Proportion (normalerweise die Oktave = 2) 2. wieviele gleiche Stufen soll es in diesem Rahmenintervall geben 3. eine Bezugsfrequenz 4. die wievielte Stufe über oder unter dieser Bezugsfrequenz will man ermitteln	die Frequenz, die dieser Stufe entspricht	multipliziere die Bezugsfrequenz mit diesem Faktor: Rahmenintervall hoch wievielte Stufe geteilt durch Anzahl der Stufen pro Rahmenintervall	Gegeben ist ein System, das die Oktave als Rahmenintervall in 12 gleiche Teile teilt, mit dem Bezugston 440 Hertz. 1) Welche Frequenz hat die Stufe, die drei Stufen höher als dieser Ton liegt? 2) Welche Frequenz hat die Stufe, die drei Stufen tiefer als dieser Ton liegt? 3) Welche Frequenz hat die Stufe, die 24 Stufen tiefer als dieser Ton liegt?
in Symbolen	1. p_0 2. n 3. f_0 4. z	f	$f = f_0 * p_0^{z/n}$	$p_0 = 2, n = 12, f_0 = 440 \text{ Hz}$ 1) $440 \text{ Hz} * 2^{3/12} = 523.251 \text{ Hz}$ 2) $440 \text{ Hz} * 2^{-3/12} = 369.994 \text{ Hz}$ 3) $440 \text{ Hz} * 2^{-24/12} = 110 \text{ Hz}$